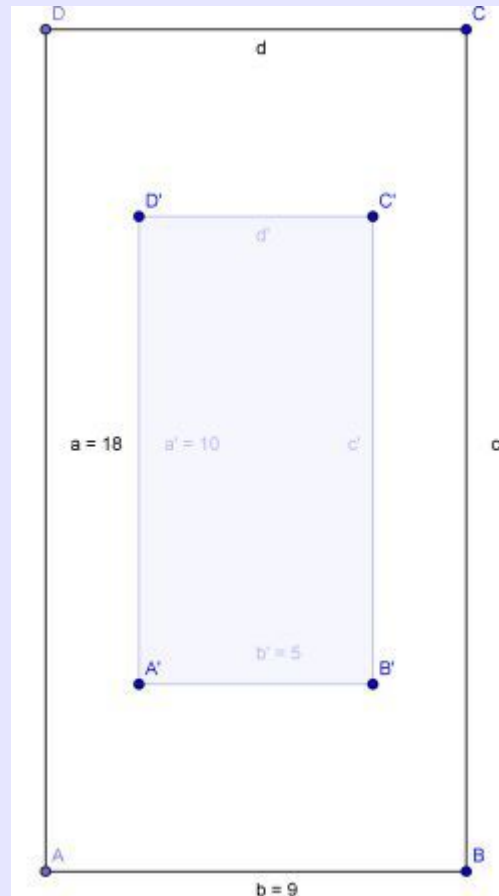


QUESITO N. 3

Un foglio di carta deve contenere: un'area di stampa di 50 cm^2 , margini superiore ed inferiore di 4 cm e margini laterali di 2 cm . Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si puo' utilizzare?



Chiamando x e y le **dimensioni del rettangolo esterno**, l'area del **rettangolo interno** sarà data da:

$$(x - 8) \cdot (y - 4) = 50$$

$$x > 8$$

$$y > 4$$

e, ricavando y in funzione di x , si ha:

$$y = \frac{2(2x + 9)}{x - 8}$$

L'area del **rettangolo esterno** sarà data da: $\text{area}(x, y) := x \cdot y$

$$\text{area}(x) := x \cdot y = \frac{2x(2x + 9)}{x - 8}$$

Questa è la **funzione** che esprime l'area del foglio che deve essere minima:

$$y = \frac{2x(2x + 9)}{x - 8}$$

Si può osservare che la funzione è razionale fratta del tipo: polinomio di secondo grado fratto polinomio di primo grado e irriducibile.

Calcolando la derivata prima e ponendola uguale a 0 si ottengono i valori degli eventuali massimi e/o minimi relativi.

$$\frac{d}{dx} \frac{2x(2x + 9)}{x - 8} = \frac{4(x^2 - 16x - 36)}{(x - 8)^2}$$

$$\frac{4(x^2 - 16x - 36)}{(x - 8)^2} = 0$$

$$x = 18 \vee x = -2$$

Il valore negativo non è accettabile per il problema proposto.

Nel punto che si ottiene per $x = 18$ si ha un **minimo relativo**.

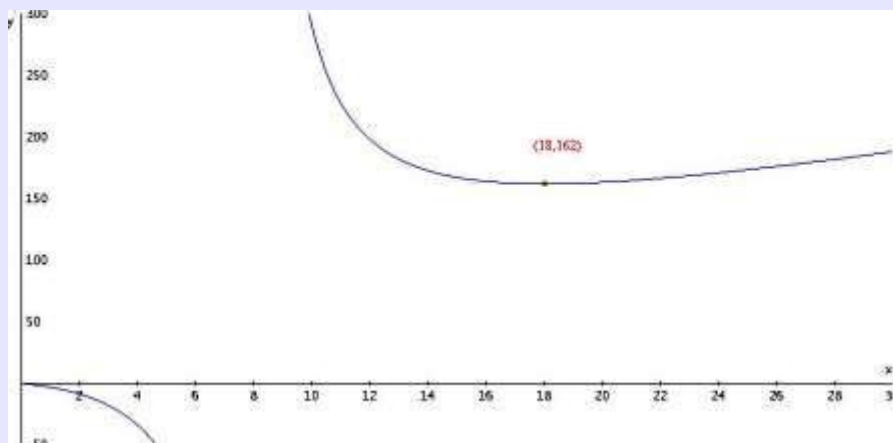
L'area minima è 162.

Il valore dell'altra dimensione è 9.

$$y = \frac{2 \cdot 18 \cdot (2 \cdot 18 + 9)}{18 - 8} = 162$$

Minimo (18, 162)

GRAFICO DELLA FUNZIONE:



Il rettangolo è stato disegnato con GeoGebra; tutto il resto è stato fatto con Derive.