Espressioni letterali e dominio in R

maria teresa bianchi

Un' **espressione letterale** è una forma simbolica che contiene **numeri**, **lettere**, **operazioni**.

Simbolicamente si scrive:

$$E(x,y,z,t) = 3x^2 - t + y - 4\frac{x-z}{3}$$

Essa assume un **valore numerico**, quando si assegnano valori numerici alle lettere presenti, cioè è **funzione** delle "lettere" presenti, nel senso che il suo valore numerico dipende dai valori numerici assegnati alle lettere.

L'insieme dei valori numerici da assegnare alle lettere affinché esista e sia reale il valore numerico che assume l'espressione prende il nome di **campo di esistenza in R** o **dominio** dell'espressione (funzione) e si indica con **D.**

Nel vasto mondo delle espressioni letterali si individuano alcune **tipologie** legate alla "forma" dell'espressione letterale, cioè alle operazioni presenti:

monomio

espressione letterale con operazioni di moltiplicazione tra le lettere

$$-\frac{2}{3}a^3bx^2$$

Per aver il valore numerico dell'espressione si può assegnare alle lettere **qualsiasi valore numerico reale** senza restrizioni e formalmente si scriverà:

$$D = \{a, b, x / a, b, x \in R\}$$

L'insieme **D** prende il nome di **campo di esistenza in R** dell'espressione (funzione)

polinomio

somma algebrica di due o più monomi

$$-\frac{2}{3}a^3bx^2 - 3x + 1 - \frac{1}{4}a^3$$

si può assegnare alle lettere qualsiasi valore numerico reale senza restrizioni

$$D = \{a, b, x / a, b, x \in R\}$$

frazione algebrica

espressione frazionaria contenente lettere al denominatore

$$\frac{3x-1}{y-2}$$

i valori numerici da assegnare alle lettere sono sottoposti a delle restrizioni in quanto "**non si può mai dividere per zero**".

Le lettere che compaiono a denominatore sono le **colpevoli**!
Il denominatore della frazione dovrà quindi essere diverso da zero!

$D = \{y \in R / y - 2 \neq 0\}$ da cui si avrà: $D = \{y \in R / y \neq 2\}$

espressione irrazionale
espressione contenente lettere "sotto il segno di radice"

$$\sqrt{x-2} \qquad \sqrt[3]{y+1}$$

In questo caso la ricerca del dominio si fa più complessa perché si deve distinguere se il radicale è ad indice **pari o dispari** in quanto le **radici ad indice pari generano numeri reali solo se il radicando è positivo o nullo**.

Nel primo esempio il dominio è: $D = \{x \in R / x - 2 \geq 0\}$ cioè $D = \{x \in R / x \geq 2\}$

Nel secondo esempio il dominio è: $D = \{y \in R\}$ essendo il radicale ad indice dispari.

Espressione "mista"
espressione che contiene vari tipi di operazioni tra le lettere

$$\frac{\sqrt{x-2}}{y-3}$$

In questo esempio si ha una componente frazionaria ed una irrazionale che "devono" coesistere.
Il dominio sarà quindi

$$D = \{x \in R, y \in R / x \geq 2 \wedge y \neq 3\}$$

altre espressioni …
Ci sono poi espressioni contenenti operatori che generano numeri "trascendenti" come logaritmi, esponenziali, trigonometrici, che saranno trattati ad altri livelli.

Espressioni letterali con una sola lettera
Funzioni y=f(x)

Di notevole importanza sono le espressioni che contengono una sola lettera, di solito indicata con **x**. Formalmente le potremmo indicare con **E(x)**, ma la simbologia corrente le indica con **f(x)** per sottolineare il concetto di **funzione**.

All'inizio, abbiamo detto che un'espressione assume un valore numerico quando alle lettere diamo valori numerici, quindi possiamo affermare che **una espressione, anzi una funzione, è una "macchina" che genera numeri che dipendono sia dai numeri assegnati alle lettere che dalla struttura** (operazioni presenti) **della funzione stessa.**

I valori numerici che assume la funzione si indicano con la lettera **y** e "la macchina" si indicherà così:

y=f(x)

Affinché il valore generato **y esista e sia un numero reale** si deve ricercare il **campo di esistenza della funzione, cioè l'insieme D.**

D conterrà tutti i possibili numeri reali che posso assegnare ad x per avere y e dipenderà, dalla struttura della funzione.

Ripensando alla struttura delle espressioni e ripetendo le osservazioni fatte quando è presente una sola lettera, possiamo **classificare le funzioni reali ad una sola variabile reale**:

- **Funzioni razionali intere o polinomiali**

$$y = x^3 - \frac{1}{2}x - 1$$

dominio

$$D = \{x \in R\}$$

- **Funzioni razionali fratte**

$$y = \frac{x^2 - 3x - 1}{2x}$$

dominio

$$D = \{x \in R\} / \text{denominatore} \neq 0\}$$

- **Funzioni irrazionali**

$$y = \sqrt{x^2 - 2}$$

dominio

$$D = \{x \in R\} / \text{radicando} \geq 0\}$$

se l'indice del radicale è **pari**

- **Funzioni "miste"**

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 2}{x + 1}} - 3x^2$$

dominio

$$D = D_1 \cap D_2 \cap \ldots D_n$$

dipende dalle sottostrutture presenti nella funzione

- **Funzioni trascendenti**: saranno trattate in modo articolato ad un altro livello.

Alcuni esempi:

$$y = \frac{\ln x}{2x} \qquad y = e^x + 2x \qquad y = senx - 3\cos x$$