Quesito n.7 Esami di Stato 2006 - Liceo Scientifico

Teorema di Lagrange per la funzione

$$y = x^3 - 2x^2 \qquad \text{nell'intervallo } [0, 1].$$

Ipotesi

- Sia f una funzione reale definita in [a,b]
- continua in [a; b]
- derivabile in]a; b[

Tesi : esiste **almeno** un punto **c appartenente ad]a; b[** tale che

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Le ipotesi di continuità nell'intervallo chiuso e di derivabilità nell'aperto sono verificate.

Gli estremi dell'arco sono: (0, 0), (1, -1).

La derivata prima è: **$y' = 3x^2 - 4x$**

Si ha quindi:

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = -1$$

$$3x^2 - 4x = -1; \qquad 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{e} \quad x = 1$$

Il valore 1 non è interno all'intervallo considerato, mentre 1/3 lo è; il punto P ha coordinate:

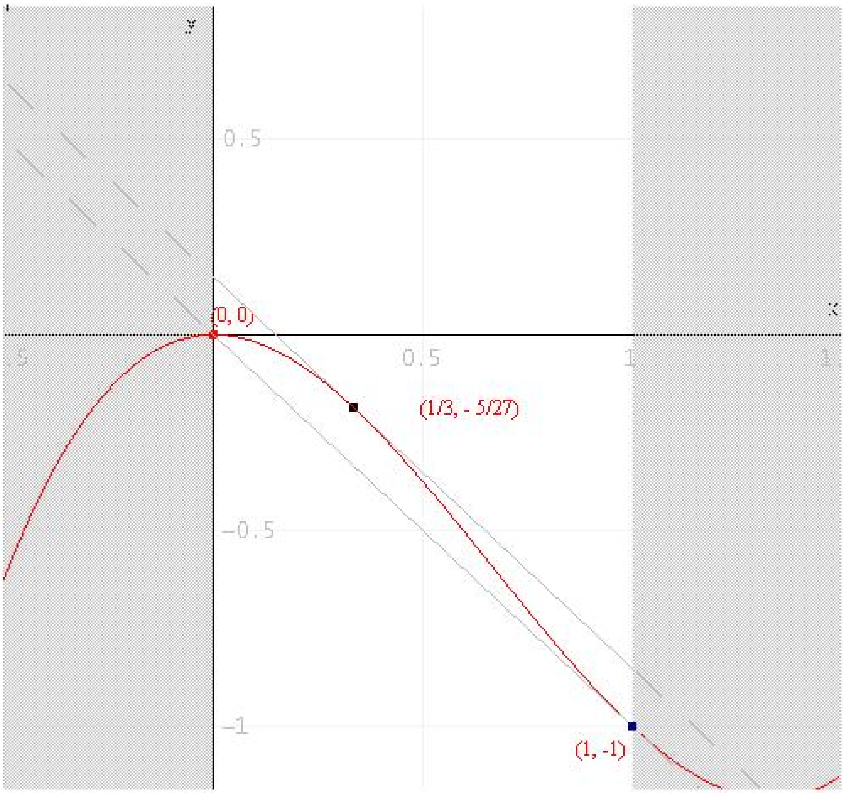
$$\frac{1}{3}, -\frac{5}{27}$$

Equazione della retta passante per i punti estremi dell'arco: $y = -x$

Equazione della retta passante per il punto P e parallela alla retta passante per gli estremi dell'arco.

$$y + \frac{5}{27} = -\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

Grafico



Osservazioni:

La funzione data $y = x^3 - 2x^2$, in **R**, è una **cubica** che ha un massimo relativo, un minimo relativo, un punto di flesso.

Nell'intervallo **[0 , 1]**, ha un massimo assoluto in (0,0) e un minimo assoluto in (1,-1).

I calcoli e il grafico sono stati fatti con Derive.