

# TRASLAZIONI

di Maria Teresa Bianchi

Data la funzione  $y = f(x)$ , consideriamo le nuove funzioni che si ottengono per traslazione. In tutti gli esempi trattati la funzione  $y = f(x)$  è la cubica  $y = x^3$ , il cui dominio è  $\mathbf{R}$ .

## Traslazione rispetto all'asse x

#1:  $y := f(x + a)$

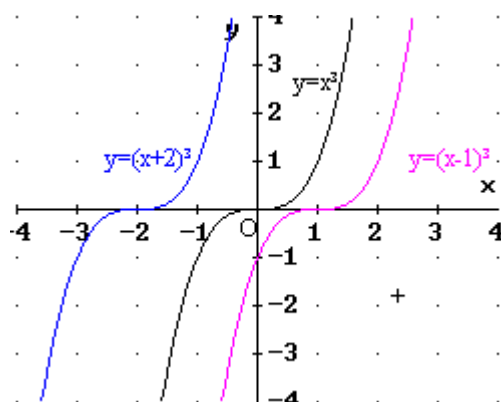
In questo caso si ha un vettore di traslazione  $(-a, 0)$  e la funzione "si sposta verso sinistra" di una quantità  $a$  se il valore di  $a$  è positivo, mentre "si sposta verso destra" se  $a$  è negativo.

### ESEMPI

#2:  $y := x^3$

#3:  $y := (x + 2)^3$

#4:  $y := (x - 1)^3$



## Traslazione rispetto all'asse y

#5:  $y := f(x) + b$

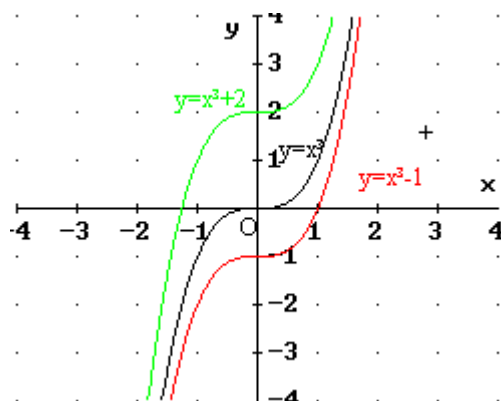
In questo caso si ha un vettore di traslazione  $(0, b)$  e la funzione "si sposta verso l'alto" di una quantità  $b$  se il valore di  $b$  è positivo, mentre "si sposta verso il basso" se  $b$  è negativo.

### ESEMPI:

#6:  $y := x^3$

#7:  $y := x^3 + 2$

#8:  $y := x^3 - 1$



## Traslazione rispetto ad entrambi gli assi

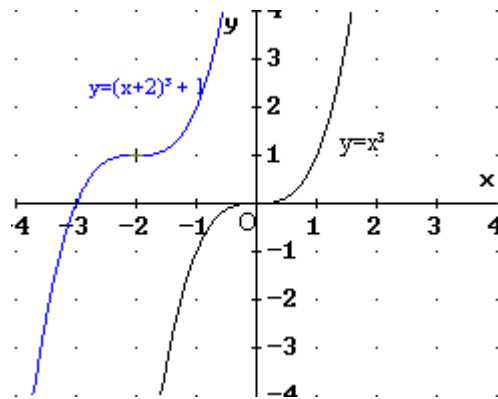
#9:  $y := f(x + a) + b$

In questo caso si ha un vettore di traslazione  $(-a, b)$  e la funzione "si sposta verso sinistra" di una quantità  $a$  se  $a$  è positivo e "si sposta verso destra" se  $a$  è negativo; "si sposta verso l'alto" di una quantità  $b$  se il valore di  $b$  è positivo, mentre "si sposta verso il basso" se  $b$  è negativo.

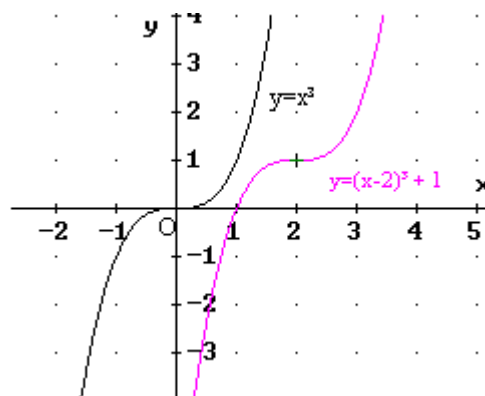
### ESEMPI

#10:  $y := x^3$

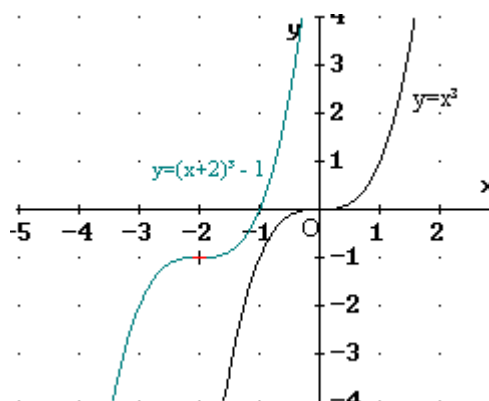
#11:  $y := (x + 2)^3 + 1$



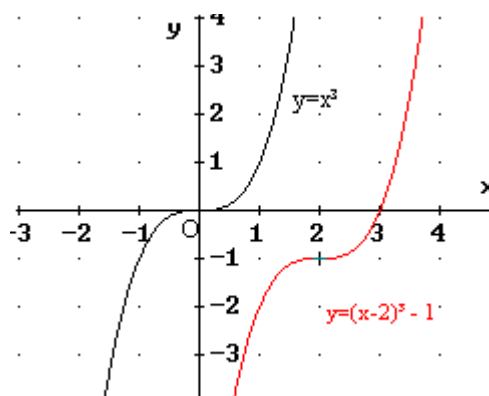
#12:  $y := (x - 2)^3 + 1$



#13:  $y := (x + 2)^3 - 1$



#14:  $y := (x - 2)^3 - 1$



## Nota bene:

Spesso si possono studiare funzioni apparentemente complicate osservando che possono essere riportate allo studio di funzioni "più semplici", **cambiando il sistema di riferimento, la cui origine si otterrà con le coordinate date dal vettore di traslazione (-a, b).**

Supponiamo che sia data da studiare la funzione:

$$\#15: \quad y = x^3 - 6 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 9$$

Vediamo come ci si può riportare allo studio della #14.

Osserviamo che i primi tre monomi sono i termini dello sviluppo del cubo del binomio

$$\#16: \quad (x - 2)^3$$

$$\#17: \quad \text{EXPAND}((x - 2)^3, \text{Rational}, x)$$

$$\#18: \quad x^3 - 6 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 8$$

Modifichiamo il polinomio a secondo membro dell #15, scrivendo -9 come somma di -8 e -1

$$\#19: \quad y := x^3 - 6 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 8 - 1$$

La #19 può ora essere scritta nella forma

$$\#20: \quad y := (x - 2)^3 - 1$$

dove si riconosce che il vettore di traslazione è (2, -1).

Consideriamo un nuovo sistema di riferimento O'XY con origine O' di coordinate (2, -1) rispetto al sistema Oxy

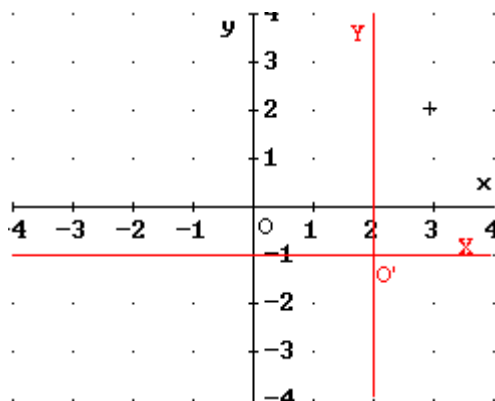
#21: CaseMode := Sensitive

Tale istruzione è necessaria per distinguere le lettere minuscole dalle maiuscole.

Tracciamo i "nuovi" assi, usando le equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani:

$$\#22: \quad X := 2$$

$$\#23: \quad Y := -1$$



Scriviamo le leggi di traslazione:

$$\#24: \quad X := x - 2$$

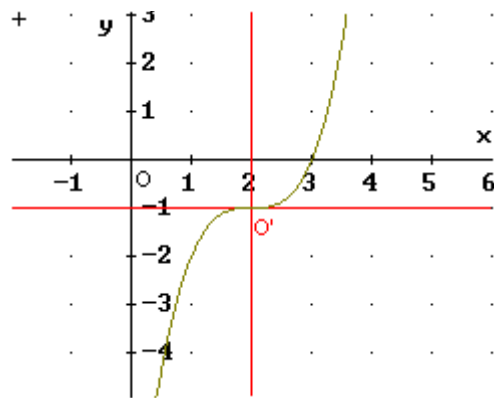
$$\#25: \quad Y := y + 1$$

e sostituiamo nella #20, portando a 1° membro -1

$$\#26: \quad y + 1 = (x - 2)^3$$

$$\#27: \quad Y := X$$

La #27 è una funzione elementare, se ne disegna il grafico qualitativo nel nuovo sistema di riferimento.



Si studia analiticamente la #27 e i punti particolari trovati nello studio si trasformano con le leggi di traslazione #24 e #25 per avere le caratteristiche della funzione rispetto al sistema di riferimento Oxy.

